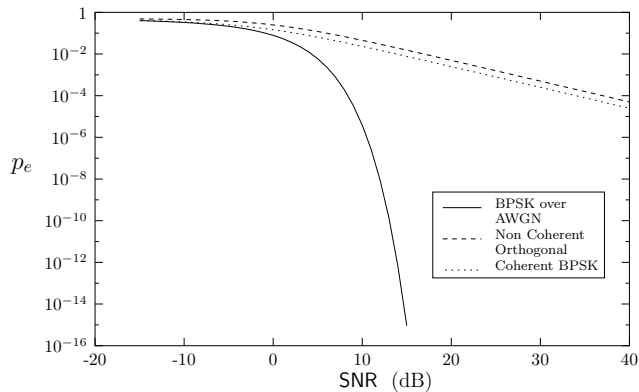
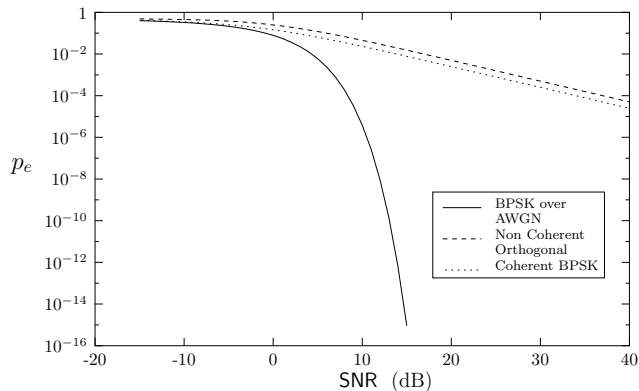


# Comparaison : canal gaussien et canal de Rayleigh

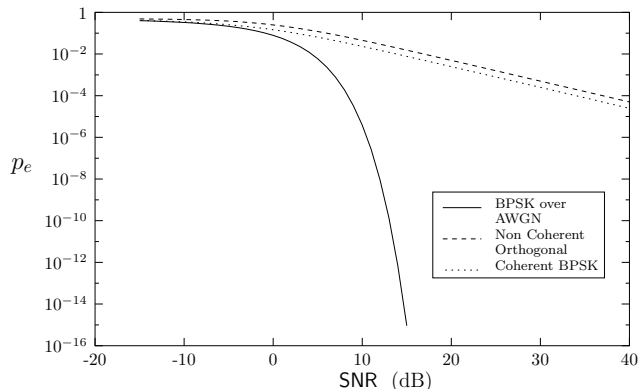


# Comparaison : canal gaussien et canal de Rayleigh



Comment communiquer?

# Comparaison : canal gaussien et canal de Rayleigh



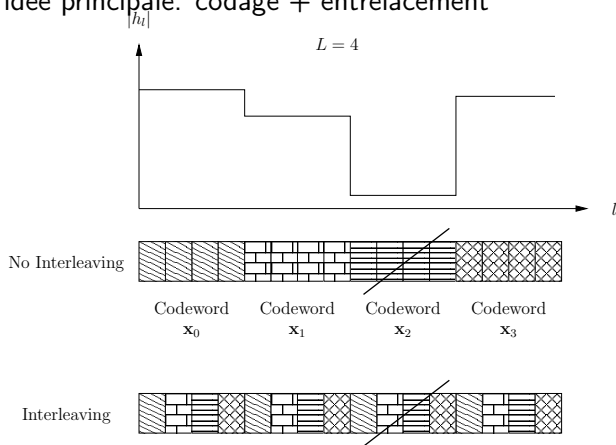
**Comment communiquer?** On utilise la diversité des "chemins indépendants" multiples, i.e. des instances de transmission ayant les atténuations indépendantes.

# Types de diversité

- en temps  
si les transmissions sont espacés en temps au moins par  $T_S$  sec.
- en espace  
les transmissions entre les émetteurs et les récepteurs ayant les positions différentes dans l'espace
- en fréquence  
si les transmissions sont espacés en fréquence au moins par  $W_C$  Hz
- macro  
stations de base différentes,...
- par codage  
codes orthogonaux
- ...

# Diversité en temps

- un de premiers types de diversité exploités
- utilisé dans 2G (GSM)
- idée principale: codage + entrelacement



Un code le plus simple?

Un code le plus simple? Le code à répétition de rendement  $1/L$ .

Un code le plus simple? Le code à répétition de rendement  $1/L$ .

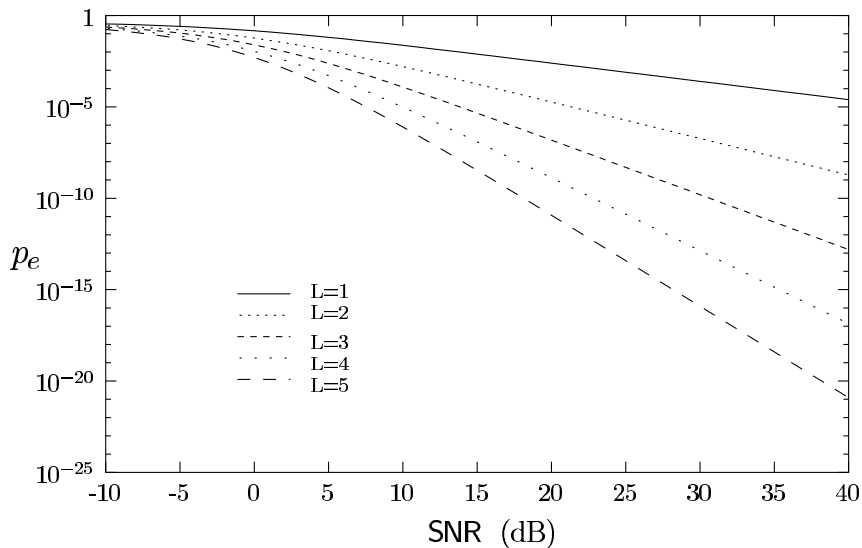
On peut démontrer que, pour  $L$  branches de diversité,

$$P_{err} \approx \frac{1}{L!} \frac{1}{SNR^L}.$$

On appelle  $L$  le gain en diversité.



# Gain en performance



## Inconvénients:

- débit faible
- il faut s'assurer que le temps de cohérence  $T_S < Nt_s$ , ou  $t_s$  et le temps de transmission d'un symbole

## Exemple du GSM

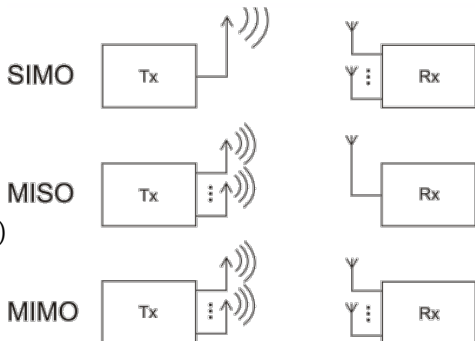
- 890-915 MHz (uplink) et 935-960 MHz (downlink);
- 125 sous-canaux de 200 kHz chaque, un sous-canal partagé entre 8 utilisateurs;
- temps-symbole pour un utilisateur =  $577 \mu\text{s}$ ;
- le rendement de code est  $1/2$ ;
- l'interlacement est effectué entre les slots voisins.

Si  $T_S > Nt_s$ , on ne peut pas utiliser la diversité en temps.  
S'il y a plusieurs antennes à l'émetteur/récepteur, suffisamment espacées l'un de l'autre, alors on peut utiliser la **diversité en espace**.

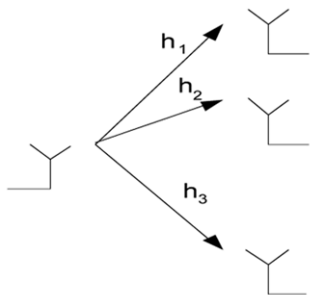
- ? Pourquoi "suffisamment espacées"?
- ? De quoi dépendra l'espacement entre les antennes?

# Diversité en espace

- 1 la diversité au récepteur  
(Single Input Multiple Output)
- 2 la diversité à l'émetteur  
(Multiple Input Single Output)
- 3 canaux MIMO  
(Multiple Input Multiple Output)



## SIMO avec $L$ antennes à la réception

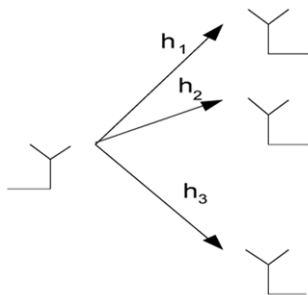


$$y_i[m] = h_i[m]x[m] + n_i[m]$$

avec  $i = 1 \dots L$  et  $n_i[m] \sim \mathcal{CN}(0, N_0)$

On estime  $x[m]$  en ayant reçu  $y_1[m], \dots, y_L[m]$ .

## SIMO avec $L$ antennes à la réception



$$y_i[m] = h_i[m]x[m] + n_i[m]$$

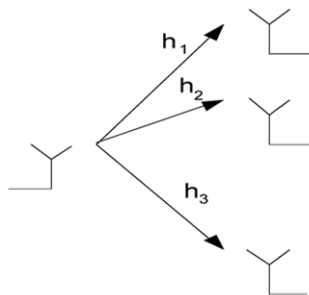
avec  $i = 1 \dots L$  et  $n_i[m] \sim \mathcal{CN}(0, N_0)$

On estime  $x[m]$  en ayant reçu  $y_1[m], \dots, y_L[m]$ .

**C'est le code à répétition de longueur  $L$ .**

Les branches de diversité sont distribués pas en temps mais à l'espace.

## SIMO avec $L$ antennes à la réception



$$y_i[m] = h_i[m]x[m] + n_i[m]$$

avec  $i = 1 \dots L$  et  $n_i[m] \sim \mathcal{CN}(0, N_0)$

On estime  $x[m]$  en ayant reçu  $y_1[m], \dots, y_L[m]$ .

**C'est le code à répétition de longueur  $L$ .**

Les branches de diversité sont distribués pas en temps mais à l'espace.

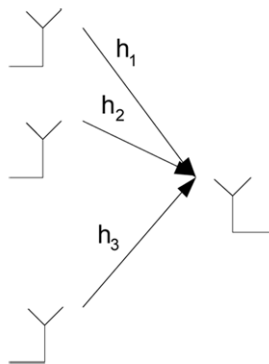
Les  $h_i$  indép. et distr. à la loi de Rayleigh, alors le gain de diversité est  $L$ .

Comme avant,

$$P_{err} \sim \frac{1}{SNR^L}$$

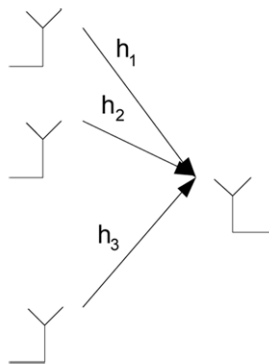


# MISO avec $L$ antennes à l'émission



Comment gérer la transmission?

## MISO avec $L$ antennes à l'émission



Comment gérer la transmission?

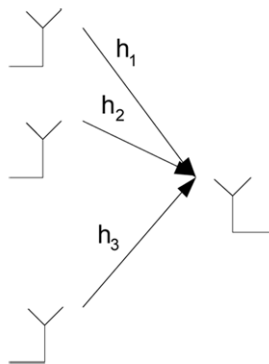
**Solution naive:**

L'antenne  $i$  est active au temps  $it_s$  et transmet  $x$ .

La diversité? Egale à  $L$ .

Le débit?  $1/Lt_s$ .

## MISO avec $L$ antennes à l'émission



Comment gérer la transmission?

**Solution naive:**

L'antenne  $i$  est active au temps  $it_s$  et transmet  $x$ .

La diversité? Egale à  $L$ .

Le débit?  $1/Lt_s$ .

**Approche sophistiquée:** codage espace-temps

Nous avons

$$y[m] = h_1[m]x_1[m] + h_2[m]x_2[m] + n[m]$$

et

$$h_1[1] = h_1[2] = h_1; \quad h_2[1] = h_2[2] = h_2.$$

Pour 2 symboles consécutifs,

$$\begin{bmatrix} y[1] & y[2] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1[1] & x_1[2] \\ x_2[1] & x_2[2] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n[1] & n[2] \end{bmatrix}$$

# Schéma d'Alamouti

Soit

$$\begin{aligned}x_1[1] &= a_1; & x_1[2] &= -a_2^H; \\x_2[1] &= a_2; & x_2[2] &= a_1^H.\end{aligned}$$

Alors nous obtenons

$$\begin{bmatrix} y[1] \\ y[2] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 \\ h_2^H & -h_1^H \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n[1] \\ n[2] \end{bmatrix}$$

# Schéma d'Alamouti

Soit

$$\begin{aligned}x_1[1] &= a_1; & x_1[2] &= -a_2^H; \\x_2[1] &= a_2; & x_2[2] &= a_1^H.\end{aligned}$$

Alors nous obtenons

$$\begin{bmatrix} y[1] \\ y[2] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 \\ h_2^H & -h_1^H \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n[1] \\ n[2] \end{bmatrix}$$

La matrice  $H = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 \\ h_2^H & -h_1^H \end{bmatrix}$  contient les colonnes orthogonales, alors c'est équivalent à **2 canaux parallèles**:

$$\tilde{y}[i] = \|h\| a_i + \tilde{n}[i], \quad i = 1, 2$$

ou  $\tilde{n}[i] \sim \mathcal{CN}(0, N_0)$  et  $\|h\| = \sqrt{h_1^2 + h_2^2}$ .

# Schéma d'Alamouti

Soit

$$\begin{aligned}x_1[1] &= a_1; & x_1[2] &= -a_2^H; \\x_2[1] &= a_2; & x_2[2] &= a_1^H.\end{aligned}$$

Alors nous obtenons

$$\begin{bmatrix} y[1] \\ y[2] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 \\ h_2^H & -h_1^H \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n[1] \\ n[2] \end{bmatrix}$$

La matrice  $H = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 \\ h_2^H & -h_1^H \end{bmatrix}$  contient les colonnes orthogonales, alors c'est équivalent à **2 canaux parallèles**:

$$\tilde{y}[i] = \|h\| a_i + \tilde{n}[i], \quad i = 1, 2$$

ou  $\tilde{n}[i] \sim \mathcal{CN}(0, N_0)$  et  $\|h\| = \sqrt{h_1^2 + h_2^2}$ . Alors, la diversité est 2 et le débit est  $\frac{2 \text{ symboles.}}{2t_s}$ .

# MISO $L \times 1$ et le canal invariant durant $Mt_s$

Codage espace-temps avec la matrice  $X$ :

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1M} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{L1} & x_{L2} & \dots & x_{LM} \end{bmatrix}$$

Lignes = "temps"

Colonnes = "espace"

Le modèle du canal:

$$\underline{y}^T = \underline{h}^H X + \underline{n}^T,$$

avec

$$\underline{y} = \begin{bmatrix} y[1] \\ \vdots \\ y[M] \end{bmatrix}; \quad \underline{h}^H = \begin{bmatrix} h_1^H \\ \vdots \\ h_L^H \end{bmatrix}; \quad \underline{n} = \begin{bmatrix} n[1] \\ \vdots \\ n[M] \end{bmatrix}.$$

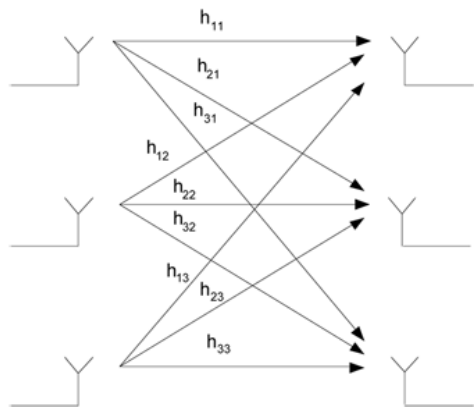


Performances (sous le design approprié et si  $M \geq L$ ):

$$P_e \sim \frac{1}{\text{SNR}^L},$$

c'est-à-dire la diversité est  $L$ .

# MIMO avec $M$ antennes à l'émission et $N$ antennes à la réception



La matrice du canal  $H$ :

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1M} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N1} & h_{N2} & \dots & h_{NM} \end{bmatrix}$$

Modèle du canal:

$$\underline{y} = H\underline{x} + \underline{n}$$

avec

$$\underline{y} = \begin{bmatrix} y[1] \\ \vdots \\ y[N] \end{bmatrix}; \quad \underline{x} = \begin{bmatrix} x[1] \\ \vdots \\ x[M] \end{bmatrix}; \quad \underline{n} = \begin{bmatrix} n[1] \\ \vdots \\ n[N] \end{bmatrix};$$

et  $\underline{n} \sim \mathcal{CN}(0, N_0 I_{N \times N})$ .

Modèle du canal:

$$\underline{y} = H\underline{x} + \underline{n}$$

avec

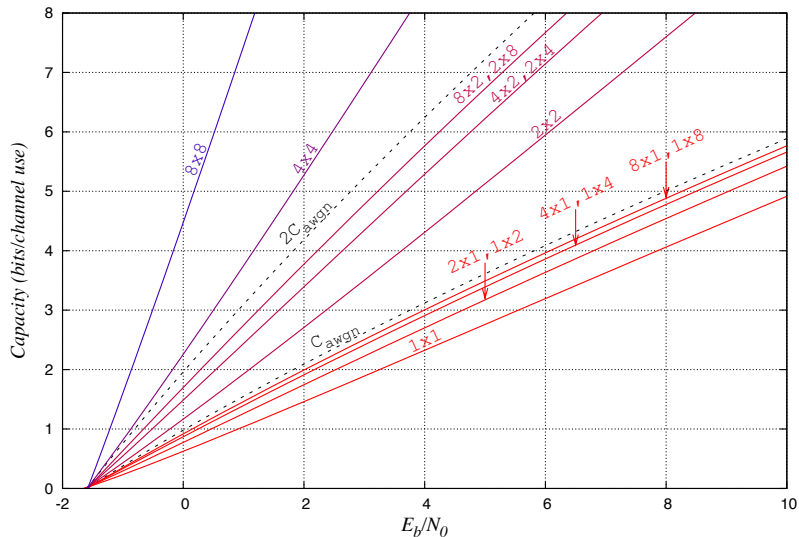
$$\underline{y} = \begin{bmatrix} y[1] \\ \vdots \\ y[N] \end{bmatrix}; \quad \underline{x} = \begin{bmatrix} x[1] \\ \vdots \\ x[M] \end{bmatrix}; \quad \underline{n} = \begin{bmatrix} n[1] \\ \vdots \\ n[N] \end{bmatrix};$$

et  $\underline{n} \sim \mathcal{CN}(0, N_0 I_{N \times N})$ .

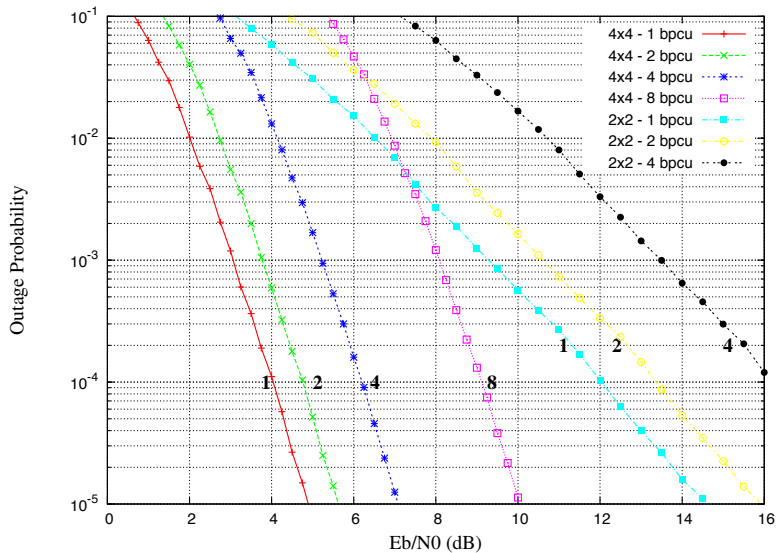
nombre des chemins indépendants

Soit  $R$  le rang de la matrice  $H$ . Alors le canal MIMO peut être décomposé en  $R$  canaux parallèles indépendants.

# Capacité du canal MIMO



# Taux d'erreurs du canal MIMO



## Connaissance du canal:

**CSIT** Channel state information at the transmitter (à l'émetteur) - pour les canaux avec la voie de retour;

**CSIR** Channel state information at the receiver (au récepteur)- dans le cas des canaux statiques (séquence pilot);

no CSI

## Connaissance du canal:

**CSIT** Channel state information at the transmitter (à l'émetteur) - pour les canaux avec la voie de retour; **bon débit par le pre-codage**

**CSIR** Channel state information at the receiver (au récepteur)- dans le cas des canaux statiques (séquence pilot); **bon débit par l'allocation des puissances**

**no CSI** **augmentation du nombre des antennes n'augmente pas la capacité**



## Conclusion

Avec la CSIR, pour les grands SNRs:

le débit maximal  $C \approx \min(N, M) \log SNR$  bits/sec/Hz,

pour les petits SNRs:

$C \approx M \cdot SNR$  bits/sec/Hz.

Avec la CSIT : gain supplémentaire par le beamforming (pre-codage).

## Gain de multiplexage

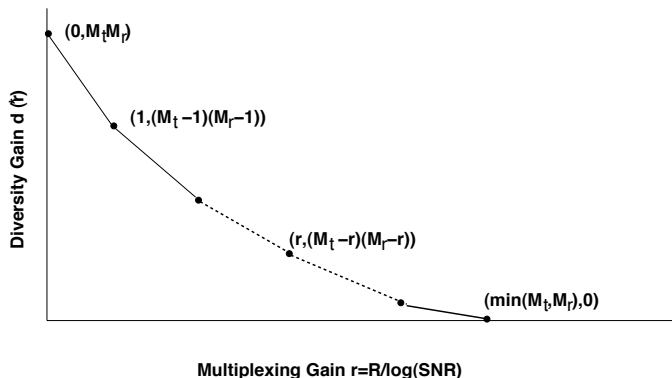
On peut utiliser les branches de diversité non seulement pour améliorer  $P_{err}$ , mais aussi pour augmenter le débit (si le canal est assez bon). L'augmentation de débit se décrit par le gain de multiplexage

$$r = R / \log SNR /$$

# Gain de multiplexage

On peut utiliser les branches de diversité non seulement pour améliorer  $P_{err}$ , mais aussi pour augmenter le débit (si le canal est assez bon). L'augmentation de débit se décrit par le gain de multiplexage

$$r = R / \log SNR /$$



- *UMTS - HSPA* : schéma d'Alamouti 2x1
- *WI-FI, 802.11n*: 2x2
- *LTE*: 2x2
- *WiMAX*